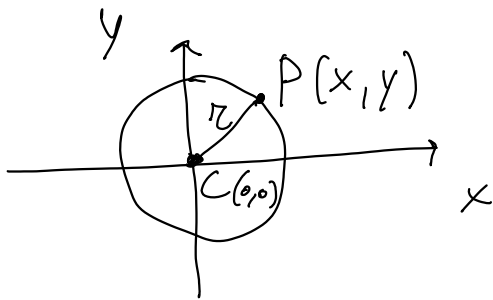


La circonferenza

1

La circonferenza è l'insieme dei punti equidistanti da un punto (centro).
La distanza è detta raggio.

Sul piano cartesiano si può usare la definizione per ricavare l'equazione della curva con il centro nell'origine



La distanza dal centro è pari al raggio: $\overline{PC} = r$, $\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = r$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = r^2$$

Per esempio, l'equazione della circonferenza di centro O e raggio 3 è

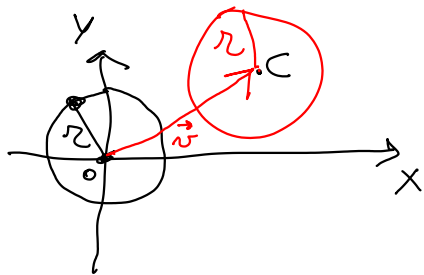
$$x^2 + y^2 = 9$$

mentre l'equazione $x^2 + y^2 = 25$ descrive una circonferenza di raggio 5 e centro l'origine.

Circonferenze con il centro in un punto qualsiasi $C(x_c, y_c)$ e raggio r

(2)

Per trovare l'equazione basta traslare la circonferenza con il centro nell'origine del vettore di traslazione $\vec{v}(x_c, y_c)$



Le equazioni delle traslazioni

sono
$$\begin{cases} x' = x + x_c \\ y' = y + y_c \end{cases}$$

Da queste si ricavano le coordinate x, y e si sostituiscono nell'equazione

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad : \quad \begin{cases} x = x' - x_c \\ y = y' - y_c \end{cases}$$

$$(x' - x_c)^2 + (y' - y_c)^2 = r^2$$

Togliendo infine gli apici si ottiene l'equazione della circonferenza con il centro in $C(x_c, y_c)$.

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

Svolgendo i calcoli si può
riscrivere l'equazione nelle forme

$$x^2 + y^2 - 2xx_c - 2yy_c + x_c^2 + y_c^2 - r^2 = 0$$

Per esempio se $r = 4$ e il
centro è $C(-1, 3)$ l'equazione
è $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$

o anche: $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 16$

cioè $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$

In generale l'equazione ha dunque
la forma

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

dove

$$\begin{cases} a = -2x_c \\ b = -2y_c \\ c = x_c^2 + y_c^2 - r^2 \end{cases}$$

Da queste relazioni è possibile,
noti a, b, c , ricavare x_c, y_c ed r
(e viceversa).

Esempio

4

Data una circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 + 3x + 2y - 1 = 0$$

trovare centro e raggio

Soluzione

$$x_c = -\frac{a}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$y_c = -\frac{b}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$r^2 = x_c^2 + y_c^2 - c = \frac{9}{4} + 1 - (-1) = \frac{17}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$